



APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE STREETER-PHELPS EM RIOS QUE RECEBEM FONTES DE POLUENTES PONTUAIS E DUFUSAS, PARA AVALIAR O COMPORTAMENTO DAS CONCENTRAÇÕES DE OXIGÊNIO DISSOLVIDO.

Raquel Jucá de Moraes Sales¹

Juliana Alencar Firmo de Araújo²

Silvia Helena Santos³

RESUMO

Neste estudo foi feita uma aplicação das equações de Streeter-Phelps para analisar o comportamento das variáveis de controle DBO, OD e déficit de OD, em um curso d'água que recebe agentes poluentes de fontes pontuais e difusas de lançamento. De acordo com os resultados, ao observar o comportamento das curvas de DBO e déficit de OD, verifica-se que a carga de DBO vai se dissipando conforme se afasta dos pontos de lançamento, e os valores de déficit voltam a ser os mesmos que aqueles antes do lançamento. Em outras palavras, ocorre a diluição da nuvem poluente ao longo do rio, de maneira que a distribuição da concentração de DBO atinja a uniformidade. Observa-se ainda que quando comparados os resultados obtidos ao se lançar uma fonte pontual, com os resultados ao se lançar uma fonte difusa lateral, a fonte difusa lateral tem maior influência no consumo de OD, o que interferirá em maiores percentuais de contaminação de águas de rios.

PALAVRAS-CHAVE: Qualidade de Água. Modelagem matemática, Oxigênio Dissolvido

APPLICATION OF THE STREETER-PHELPS EQUATIONS IN RIVERS AND RECEIVE POINT AN NONPOINT SOURCES OF POLLUTANT, TO EVALUATE THE BEHAVIOUR OF THE DISSOLVED OXYGEN CONCENTRATION.

¹ Doutora em Recursos Hídricos pela Universidade Federal do Ceará. Bolsista PNPd-CAPES. raqueljuca@gmail.com.

² Mestre e doutoranda em Recursos Hídricos pela Universidade Federal do Ceará. Bolsista CAPES. judiaraujo@yahoo.com.br;

³ Doutora em Recursos Hídricos pela Universidade Federal do Ceará. silviahsantos@hotmail.com.

**ABSTRACT**

In this study has made the application of the Streeter-Phelps equations to analyze the behavior of the control variables BOD, DO and DO deficit in a stream receiving point and nonpoint sources of pollutants release. According to the results, observing the behavior of the curves of BOD and DO deficit, it appears that the BOD load will dissipate as it moves away from launch points, and the values of deficit back to be the same as those before release. In other words, the dilution of the polluting cloud along the river occurs, so that the BOD concentration distribution reaches the uniformity. It is also observed that when comparing the results obtained by launching a point source, with the results to the side to launch a diffuse source, diffuse source side has a greater influence on consumption of OD, which interfere with higher percentages of water contamination rivers.

KEY-WORDS: Water Quality. Mathematical modeling, Dissolved Oxygen

APLICACIÓN DE LAS ECUACIONES DE STREETER-PHELPS EN RÍOS Y RECIBA CONTAMINANTES DE FUENTES PUNTUALES E NO PUNTUALES, PARA EVALUAR EL COMPORTAMIENTO DE LA CONCENTRACIÓN DE OXÍGENO DISUELTO

RESUMEN

Este estudio se ha realizado la aplicación de las ecuaciones de Streeter-Phelps para analizar el comportamiento de la DBO, OD y OD déficit en los ríos que reciben contaminantes de las fuentes puntuales y no puntuales. De acuerdo con los resultados, observando el comportamiento de las curvas de DBO y OD déficit, hay una carga de DBO se disipará a medida que se aleja de puntos de lanzamiento, y los valores de déficit de nuevo a ser el mismo que los de antes el lanzamiento. En otras palabras, suceder la dilución de la nube de contaminantes a lo largo del río, de modo que la distribución de la concentración de DBO alcanza la uniformidad. También se observa que al comparar los resultados obtenidos con el lanzamiento de una fuente puntual, con los resultados con los resultados en el lanzamiento de una fuente no puntual, la fuente difusa tiene una mayor influencia sobre el consumo de OD, que interfieren con porcentajes más altos de contaminación del agua ríos.

PALABRAS-CLAVE Calidad Del Agua. Modelización matemática, Oxígeno Disuelto

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O grande desafio da gestão da qualidade da água, que consiste no conjunto de ações adotadas pelas autoridades de saúde pública para garantir que a água atenda aos padrões e normas estabelecidas na legislação vigente, é garantir água de boa qualidade e em quantidade suficiente para a população. Pensando nisso, são estabelecidos diferentes modelos de qualidade de água, como ferramenta de previsão, sendo de valor prático para as questões ambientais em termos de avaliação de parâmetros operacionais, proporcionando a indicação de variáveis-chave que



poderiam potencialmente auxiliar engenheiros na tomada de decisões de forma prática, bem como em tomar medidas corretivas apropriadas para o monitoramento da qualidade da água em sistemas aquáticos (BAHADORI e VUTHALURU, 2010).

Os modelos matemáticos são capazes de englobar diferentes processos físicos, químicos e biológicos envolvidos no sistema de forma prática, mesmo que estes processos sejam complexos e de difícil resolução matemática.

Muitos modelos têm sido desenvolvidos para estudar a relação do comportamento do oxigênio dissolvido em rios. Esse estudo teve início em 1925, com o desenvolvimento do modelo de Streeter-Phelps, que estabelece esta relação tanto quantitativa quanto qualitativamente. O modelo de Streeter-Phelps abrange todos os processos físico-químicos e biológicos mais relevantes para modelar a qualidade da água, ou seja, considera a degradação das substâncias dissolvidas, oxidação de amônia, absorção de algas e desnitrificação, o balanço de oxigênio dissolvido, incluindo a exaustão pela degradação de processos e fornecimento de reaeração física e produção fotossintética (MANNINA e VIVIANI, 2010).

Pelas equações de Streeter-Phelps, pode-se calcular a concentração de DBO (Demanda Bioquímica de Oxigênio), o déficit de OD (Oxigênio Dissolvido), e a concentração de OD presente na água. Uma vez definidas estas variáveis de controle, é possível entender os principais processos que permeiam um sistema hídrico, bem como fazer a análise dos parâmetros físicos, químicos e biológicos envolvidos nas equações. Desde então, o modelo tem sido generalizado por muitos pesquisadores como Dobbins (1964), O'Connor (1967), Chapra (1997), e tantos outros.

Mailhot e Villeneuve (2003), por exemplo, desenvolveram um método baseado em uma aproximação de segunda ordem da função de concentração do modelo e, neste estudo, foi feita a aplicação de um protótipo do modelo de Streeter-Phelps. Misraa et. al (2006) desenvolveram um modelo matemático não linear para estudar a diminuição de oxigênio dissolvido em um corpo hídrico causada por descargas de efluentes industriais e domésticos. Howitt et. al (2007), examina a probabilidade e gravidade de eventos de águas negras (com alto teor de carbono orgânico dissolvido), associado a pouca quantidade de oxigênio dissolvido. Na pesquisa de Pimpunchata



et. al (2009), foi elaborado um modelo matemático simples de análise de poluição e efeitos de degradação de poluentes, cujo objetivo foi investigar a redução da poluição por aeração dentro do fluxo de um rio contaminado por fontes distribuídas e esgotamento associado de oxigênio dissolvido.

Da mesma maneira que muitos modelos têm sido desenvolvidos para estudar o comportamento do OD na água, tantos outros estudam o decaimento da carga de DBO, levando em consideração os diferentes fatores bioquímicos e processos dinâmicos da água, tais como turbulência, temperatura, sedimentos suspensos na água, dentre outros (Wallis et. al 1989; Thibodeaux, 1996; Young e Wallis, 1994). Liu e Chen (2009) aplicaram um modelo em diferentes cenários, para analisar e observar os parâmetros relacionados à concentração de OD ao longo de um rio. Tsuzuki et. al (2010) utilizaram um modelo de DBO e OD para estimar os efeitos de lançamento de efluentes domésticos e lançamentos difusos em rios do Japão.

2. METODOLOGIA

Este estudo trata da aplicação das equações de Streeter-Phelps para avaliar o comportamento da DBO, déficit de OD, e OD em rios que recebem diferentes fontes de lançamento. Para atingir estes objetivos, foi desenvolvido um programa computacional que permite a realização de simulações sob diferentes cenários de lançamentos de efluentes. Vale destacar que as equações de Streeter-Phelps são lineares, o que possibilita a inserção de soluções por superposição, permitindo encontrar as soluções de cada reação inserida no sistema de forma independente. Desta maneira, a solução final é a soma de todas elas.

O sucesso desta pesquisa facilitará a tomada de decisão de gestores e profissionais da engenharia no que versa o campo dos recursos hídricos, podendo ser útil na viabilidade técnica e econômica nos diferentes níveis de tratamento de poluentes.

2.1 Formulação do modelo de Streeter-Phelps para diferentes fontes



As equações de Streeter-Phelps consideram os principais fenômenos da mecânica dos rios, que engloba os processos de autodepuração e balanço de OD, reações cinéticas das substâncias poluentes, e considera o sistema em seu estado estacionário, ou permanente, o que permite estabelecer as equações de DBO, OD e Déficit de OD, ao longo das seções longitudinais (THOMANN, 1989). Estas equações são dadas, matematicamente, da seguinte maneira:

Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO):

$$\frac{dL}{dt} = -k_r L \quad (1)$$

k_r é a constante de remoção da DBO no rio [T^{-1}]. Esta equação representa a **carga pontual** lançada na origem do rio.

Deve-se lembrar que $k_r = k_d + k_s$, sendo: k_d o coeficiente de decaimento [T^{-1}]; e k_s o coeficiente de sedimentação [T^{-1}];

$$\frac{dL}{dt} = L_{rd} \quad (2)$$

L_{rd} é a carga de entrada de DBO difusa [$ML^{-3}T^{-1}$]. Esta equação representa a **carga difusa** lançada na origem do rio. Vale ressaltar que a soma das soluções destas duas Equações, 1 e 2, representa a solução geral para a carga de DBO lançada.

Déficit de Oxigênio Dissolvido (Déficit de OD):

Com o déficit acontece o mesmo. Ou seja, a soma das soluções geradas pelas Equações 3 e 4 representa a solução geral para o déficit de OD ao longo do rio. Sendo assim, a Equação 3 representa o déficit de OD para uma carga pontual lançada no rio, e a Equação 4 representa uma carga difusa lançada do rio.

$$\frac{dD}{dt} = -k_a D + k_d \cdot L \quad (3)$$

$$\frac{dD}{dt} = \frac{k_d \cdot L_{rd}}{k_r} \left(1 - e^{-k_r \frac{x}{U}}\right) - k_a D \quad (4)$$



D é o déficit de oxigênio [ML^{-3}]; U é a velocidade em [LT^{-1}]; x é a seção analisada [L]; e k_a é o coeficiente de aeração [T^{-1}]. O cálculo do oxigênio dissolvido é dado pela diferença entre o oxigênio saturado presente no rio e o déficit de oxigênio. Assim sendo, tem-se a seguinte configuração matemática para o oxigênio dissolvido:

Oxigênio dissolvido (OD):

$$\frac{dC}{dt} = -k_d L + k_a(C_s - C) \quad (5)$$

C representa a concentração de oxigênio [ML^{-3}] e C_s representa a concentração de oxigênio saturado [ML^{-3}]. A concentração de saturação do Oxigênio Dissolvido (C_s) é calculada a partir da seguinte expressão matemática, Equação 6, Thomann (1989):

$$C_s = \exp(z) \quad (6)$$

Para z igual a, Equação 7:

$$z = -139,34411 + \frac{1,575701 \cdot 10^5}{T} - \frac{6,642308 \cdot 10^7}{T^2} + \frac{1,2438 \cdot 10^{10}}{T^3} - \frac{8,621949 \cdot 10^{11}}{T^4} \quad (7)$$

Em que T é a temperatura, em [$^{\circ}\text{K}$].

2.2 Solução do modelo de Streeter-Phelps para diferentes fontes poluidoras

As soluções “analíticas” do modelo são dadas por Thomann (1989), sendo elas:

Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO):

Para uma fonte pontual, a equação da DBO é representada pela Equação 8, e para uma fonte difusa, pela Equação 9.



$$L = L_0 e^{-k_r \frac{x}{U}} \quad (8)$$

$$L = \frac{L_{rd}}{k_r} (1 - e^{-k_r \frac{x}{U}}) \quad (9)$$

L_0 é dado por $\frac{Q_r \cdot C_r + Q_w \cdot C_w}{Q_r + Q_w}$ sendo, Q_r a vazão do rio [$L^3 T^{-1}$]; C_r a concentração de DBO no rio [ML^{-3}]; Q_w a vazão do efluente [$L^3 T^{-1}$]; e C_w a concentração de DBO do efluente [ML^{-3}].

Déficit de Oxigênio Dissolvido (Déficit de OD):

Da mesma maneira se tem, para uma fonte pontual, a solução da equação do Déficit de OD, representada pela Equação 10 e, para uma fonte difusa, a Equação 11.

$$D = \frac{k_d \cdot L_0}{k_a - k_r} \cdot (e^{-k_r \frac{x}{U}} - e^{-k_a \frac{x}{U}}) + D_0 e^{-k_a \frac{x}{U}} \quad (10)$$

$$D = \frac{k_d \cdot L_{rd}}{k_r \cdot k_a} (1 - e^{-k_a \frac{x}{U}}) - \frac{k_d \cdot L_{rd}}{k_r (k_a - k_r)} (e^{-k_r \frac{x}{U}} - e^{-k_a \frac{x}{U}}) \quad (11)$$

Oxigênio dissolvido (OD):

As concentrações de oxigênio dissolvido são encontradas subtraindo-se todo o oxigênio presente na água, chamado de oxigênio saturado, pelo déficit de oxigênio. Matematicamente, fica sendo, Equação 12:

$$C = C_s - D \quad (12)$$

2.3 Programa Computacional

Um programa computacional foi desenvolvido no intuito de encontrar as respostas do modelo matemático desenvolvido em linguagem FORTRAN. O programa permite a avaliação das variáveis de controle concentrações de DBO, déficit de OD e concentrações de OD. Foram estabelecidas subrotinas com funções bem definidas:



- Leitura dos dados de entrada: desenvolvida para se fazer a leitura de todos os dados referentes aos parâmetros do modelo, bem como os dados inseridos no cálculo das condições iniciais e de contorno.
- Cálculo das concentrações: referentes aos parâmetros estabelecidos no modelo.
- E Impressão dos resultados: responsável por imprimir os resultados do modelo tais como as concentrações de DBO e de OD ao longo do curso do rio.

2.4 Dados para as simulações

O cenário trata da análise da concentração de DBO, déficit de OD e concentração de OD para diferentes tipos de lançamento na seção de origem de um rio qualquer. Os dados do rio foram arbitrários, uma vez que o propósito é a análise de diferentes fontes de lançamento.

Nestas simulações, foram consideradas uma fonte pontual de 300 mg/L, e uma fonte difusa, correspondente de entradas laterais, de 2,00 mg/L. Os dados da simulação podem ser observados na Tabela 1.

Tabela 1: Dados dos parâmetros utilizados na simulação do cenário.

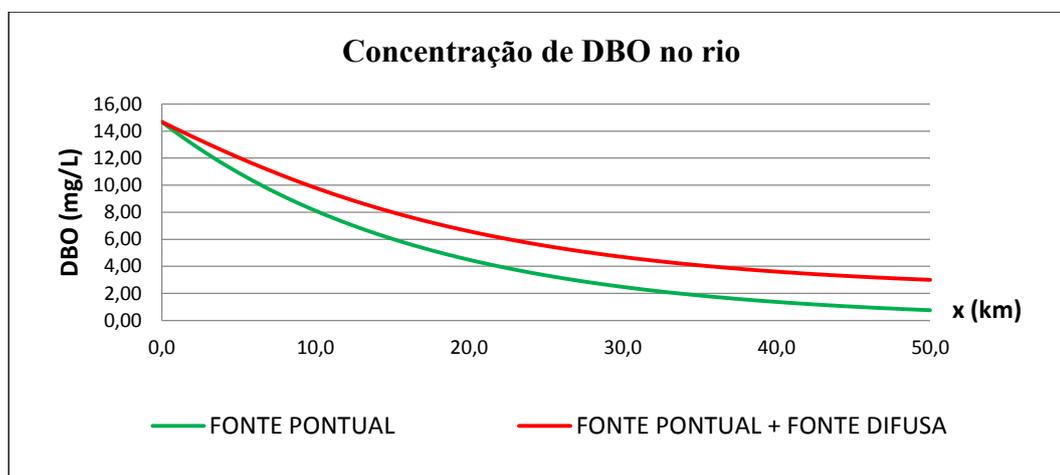
| Parâmetros | | Un. |
|--|------------|---------------------------------|
| Vazão média do efluente (fonte pontual) | 40.000,00 | m ³ d ⁻¹ |
| Concentração de OD do efluente (fonte pontual) | 1,00 | mg/L |
| Largura média do rio | 20,00 | m |
| Vazão média do rio | 400.000,00 | m ³ .d ⁻¹ |
| Profundidade média do rio | 3,00 | m |
| Comprimento do rio | 50.000,00 | m |
| Concentração de DBO no rio | 2,00 | mg/L |
| Concentração de OD no rio | 7,50 | mg/L |
| Temperatura média do rio | 27 | °C |
| Coefficiente de reaeração | 2,10 | d ⁻¹ |
| Coefficiente de decaimento da DBO com a interferência do rio | 0,89 | d ⁻¹ |
| Coefficiente de decaimento da DBO sem a interferência do rio | 0,60 | d ⁻¹ |
| Limites de DBO permitidas (legislação) | 5 | mg/L |



3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

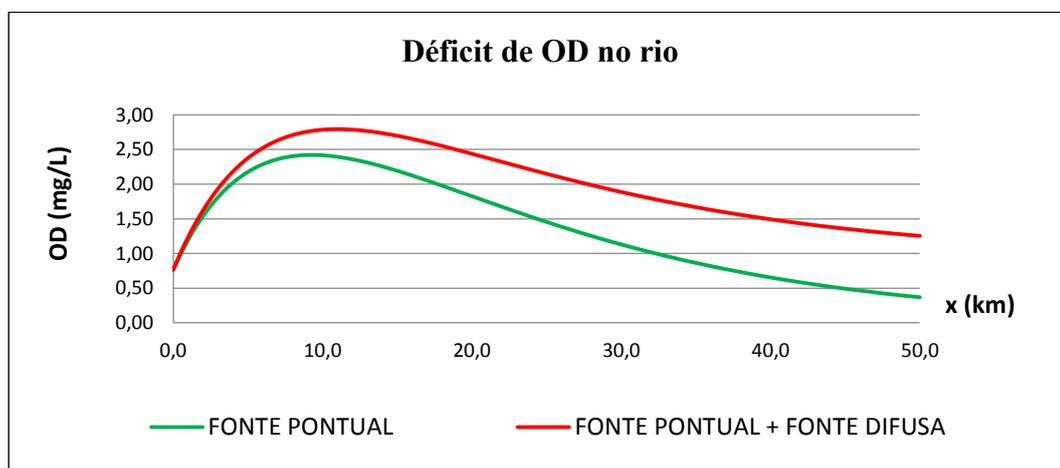
Para a simulação do modelo, foram consideradas uma carga pontual, inserida na seção inicial do rio, e uma carga difusa lateral. As Figuras 1, 2 e 3 ilustram, respectivamente, o comportamento da concentração de DBO, déficit de OD e concentração de OD para este cenário.

Figura 1: Comportamento da DBO, para diferentes tipos de lançamento.



Pela análise da Figura 1, observa-se que a presença da entrada lateral representa uma fonte com influências consideráveis, alterando o perfil da DBO ao longo do rio.

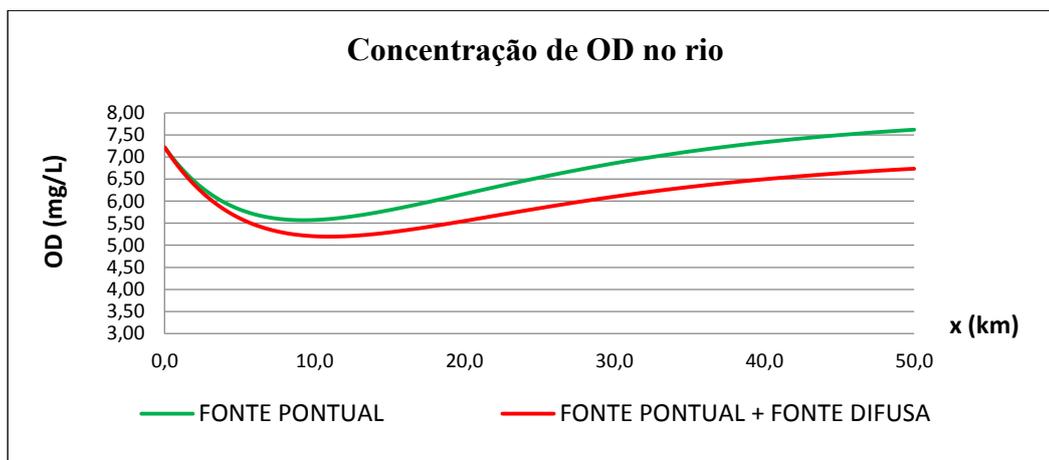
Figura 2: Comportamento do déficit de OD, para diferentes tipos de lançamento.





De acordo com a Figura 2, o déficit de OD sofre maior influência das fontes difusas no trecho de recuperação do rio. Isso é explicado porque a presença da carga difusa se acumula ao longo do rio, causando maiores efeitos após longas distâncias. Este resultado está de acordo com a literatura.

Figura 3: Comportamento da concentração de OD, para diferentes tipos de lançamento.



A Figura 3 ilustra o oposto do que ocorre com o déficit de OD. Pode-se ver a queda de OD mais acentuada próxima a seção a 10 km da seção inicial o rio, seção crítica. Ao longo do tempo este OD vai sendo recuperado.

4 CONCLUSÕES

Os resultados gerados a partir da aplicação do modelo de Streeter-Phelps, para o lançamento de fontes pontuais e difusas, possibilitaram estabelecer algumas conclusões:

Ao observar o comportamento das curvas de DBO e déficit de OD, verifica-se o seu aumento no início do lançamento, chegando a valores máximos próximo da seção a 10 km da seção de origem do rio. Conforme a carga de DBO vai se dissipando, os valores de déficit voltam a ser os mesmos que aqueles antes do lançamento. Em outras palavras, ocorre a diluição da nuvem poluente ao longo do rio, de maneira que a distribuição da concentração de DBO atinja a uniformidade.



O inverso ocorre com as curvas de concentração de OD, em que os valores mínimos de concentração de OD no rio são na seção a 10 km da seção de origem do rio e, a partir desta seção crítica, o oxigênio vai sendo recuperado pelo processo de autodepuração do rio. Estes resultados são válidos tanto para fontes pontuais, quanto para fontes difusas inseridas no rio.

E, comparando os lançamentos de fontes pontuais com o lançamento de fontes difusas observa-se que, pelo cenário apresentado nesta pesquisa, a fonte difusa lateral tem maior influência no consumo de OD, o que interferirá em maiores percentuais de contaminação de águas de rios. Isto ocorre devido a fonte difusa se acumular ao longo do curso d'água.

BIBLIOGRAFIA

BAHADORI A., VUTHALURU H. B. (2010) **“Simple Arrhenius-type function accurately predicts dissolved oxygen saturation concentrations in aquatic systems”**. Process Safety and Environmental Protection 88, pp. 335–340.

CHAPRA S.C. (1997). **Surface Water-Quality Modeling, McGraw-Hill Series in Water Resources and Environmental Engineering**. McGraw-Hill, New York, New York.

DOBBINS W.E. (1964). **BOD and oxygen relationship in streams**. J. Sanit. Eng. Div. Proc. Am. Soc. Civ. Eng. 90, pp. 53–78.

HOWITT J.A., BALDWIN D.S., REES G.N., WILLIAMS J.L. (2007). **“Modelling blackwater: Predicting water quality during flooding of lowland river forests”**, Ecological modelling 203, pp. 229–242.

LIU W. B., CHEN D. M. (2009) **“Spatial impact of organic matters from point sources on stream water quality”**. Mining Science and Technology 19, pp. 0256–0261.

MAILHOT A., VILLENEUVE J.P. (2004). **“Mean-value second-order uncertainty analysis method: application to water quality modelling”**, Advances in Water Resources 26, pp. 491–499.

MANNINA G., VIVIANI G. (2010). **“Water quality modelling for ephemeral rivers: Model development and parameter assessment”**. Journal of Hydrology 393, pp. 186–196.

MISRAA A.K., CHANDRAA P., SHUKLAB J.B. (2006). **“Mathematical modeling and analysis of the depletion of dissolved oxygen in water bodies”**, Nonlinear Analysis: RealWorld Applications 7, pp. 980–996.

O'CONNOR D.J. (1967). **“The temporal and spatial distribution of dissolved oxygen in streams”**. Water Resour. Res. 3, pp. 65–79.



PIMPUNCHATA B., SWEATMANC W. L., WAKEC G.C., TRIAMPOD W., PARSHOTAME A. (2009) “**A mathematical model for pollution in a river and its remediation by aeration**”, Applied Mathematics Letters 22, pp. 304-308.

THIBODEAUX L.J. (1996). **Environmental chemodynamics**. 2nd ed. New York: Wiley.

THOMANN R.V. (1989). “**Bioaccumulation model of organic chemical distribution in aquatic food chains**”, Environ. Sci. Technol. 18, pp. 67–71.

TSUZUKI Y., FUJII M., MOCHIHARA Y., MATSUDA K., YONEDA M. (2010) “**Natural purification effects in the river in consideration with domestic wastewater pollutant discharge reduction effects**”. Journal of Environmental Sciences, 22(6), pp. 892–897.

WALLIS S.G., YOUNG P.C., BEVEN K.J. (1989). **Experimental investigation of the aggregate dead zone model for longitudinal solute transport in stream channels**. Proc Inst Civil Eng, Part 2;87:1–22. pp

YOUNG P.C., WALLIS S.J (1994). “**Solute transport and dispersion in channels**”. In: Beven KJ, Kirby MJ, editors. Channel Networks. Chichester: Wiley; pp. 129–73.

AGRADECIMENTOS

Nossos agradecimentos ao CNPq, CAPES e FUNCAP, pelo suporte financeiro que permitiu o desenvolvimento desta pesquisa.