

**Procedimento para análise da capacidade de suporte de abastecimento  
de água: Estudo de caso em Bauru – SP**

**Júlio César Salvador Carpanezi**

Mestre, UNESP, Brasil  
jcarpanezi@gmail.com

**Gustavo Garcia Manzato**

Professor Associado, UNESP, Brasil  
gustavo.manzato@unesp.br

Recebido: 15 de abril de 2024

Aceito: 15 de julho de 2024

Publicado online: 25 de agosto de 2024

## RESUMO

O trabalho tem como objetivo elaborar um procedimento para o desenvolvimento de indicadores de limite produtivo e eficiência no âmbito de setores de abastecimento de água, para verificar a intensidade de solicitação que uma dada população exerce sobre a disponibilidade de produção de água no meio em que se insere. A metodologia ocorreu através da coleta de dados através de estudo de caso em setores de abastecimento da cidade de Bauru, estado de São Paulo, com a coleta de documentos diversos, cadastros, dados de consumo, vazão e demais peças relevantes que foram disponibilizadas pela autarquia municipal responsável. A relevância do estudo se dá pelo fato de que os principais centros urbanos do país são suportados apenas por uma fração da disponibilidade hídrica devido às condições geográficas, logo a busca por metodologias para estabelecer indicadores de eficiência no uso e disponibilidade de produção de água se mostra extremamente relevante para uma gestão integrada e contínua dos recursos disponíveis. Os resultados indicam que o modelo desenvolvido apresentou saídas consistentes tanto aos dados observados como aos de verificação compilados, portanto com adequação suficiente para representar o fenômeno de produção de água em setores de abastecimento. O trabalho foi capaz de compilar dados e prover indicadores que trazem melhor compreensão das condições de abastecimento do estudo de caso, podendo servir como referência para o cronograma e prioridade de investimentos no sistema de abastecimento.

**PALAVRAS-CHAVE:** Análises estocásticas de fronteira. Eficiência de produção. Infraestrutura de água.

## 1 INTRODUÇÃO

A abundância de recursos hídricos no Brasil é amplamente reconhecida, o que pode levar à percepção equivocada de que não há problemas de escassez de água no país, tanto em termos quantitativos quanto qualitativos. No entanto, é importante considerar que cerca de 80% dessa disponibilidade está concentrada na Região Norte, na Bacia Amazônica, onde a densidade populacional e as demandas por água são menores (Brasil, 2020). Os centros urbanos do Brasil dependem apenas de uma pequena fração dessa abundância hídrica nacional, o que apresenta desafios significativos para a infraestrutura e gestão dos serviços de abastecimento de água. Apesar dos avanços na engenharia nesse campo, ainda há muito a ser feito. Avaliar as organizações de saneamento básico em termos de infraestrutura, gestão, eficiência e sustentabilidade econômico-financeira e socioambiental é crucial, uma vez que a gestão adequada está diretamente relacionada ao bem-estar e à qualidade de vida da população (Loureiro, 2009).

O conceito fundamental dos sistemas centralizados de infraestrutura de abastecimento de água em áreas urbanas remonta a mais de um século. Ao longo desse período, esses sistemas foram continuamente expandidos para acompanhar o crescimento populacional e as necessidades da sociedade, adaptando-se também às exigências em termos de saúde pública e conscientização ambiental. Esta infraestrutura é caracterizada por sua longa vida útil e custos não recuperáveis, tornando-se fortemente dependentes dos avanços tecnológicos (HIESSL et al., 2001). O sistema de abastecimento de água é definido como o conjunto de obras, equipamentos e serviços destinados a fornecer água potável para consumo doméstico, serviços públicos, consumo industrial e outros usos. Ele compreende várias unidades, como mananciais de captação, estações de tratamento, unidades de reservação e redes de distribuição (Azevedo Netto et al., 1998).

Um elemento importante dos sistemas de abastecimento são os setores de abastecimento. A concepção dos setores de abastecimento tem como diretriz principal a

definição das zonas de influências das principais unidades que atendem o setor (reservatórios, elevatórias, *boosters* etc.). Para definir um setor de abastecimento é necessário levar em conta, principalmente, as condições topográficas e o perfil dos consumidores na área a ser atendida. Definidos esses parâmetros torna-se possível posicionar os reservatórios, dimensionar as linhas de distribuição e definir todos os acessórios necessários ao abastecimento.

Pesquisas anteriores destacam que o aumento populacional nas cidades resulta em maior demanda por água para abastecimento municipal (Bradley et al., 2002; Falkenmark e Lindh, 1974; McDonald et al., 2011; Postel et al., 1996). Conforme Bartlett (2003) e Bhatia e Falkenmark (1993), esse aumento não é apenas devido ao crescimento demográfico, mas também à preferência pelo abastecimento municipal em detrimento de outras fontes, como poços particulares. Isso leva à necessidade de criar sistemas de infraestrutura urbana de água mais complexos para atender a essa demanda crescente (Alcott et al., 2013; Brown et al., 2009; McDonald et al., 2014). Nesse contexto, além dos desafios trazidos pela rápida urbanização e aumento da demanda por água, há uma preocupação com a capacidade limitada de investimento e a baixa eficiência operacional nos sistemas de abastecimento, especialmente em países em desenvolvimento.

No Brasil, por exemplo, as perdas de faturamento total em 2018 foram, em média, de 39% (Instituto Trata Brasil, 2020), o que levanta preocupações sobre a capacidade de manter o abastecimento de água em diversas regiões. O novo marco regulatório de saneamento básico, Lei nº 14.026, de 15 de julho de 2020, busca a universalização dos serviços de saneamento, por meio do estímulo à concorrência, desestatização do setor e privatização de empresas públicas estatais de saneamento. Além disso, visa resolver os graves problemas ambientais e de saúde pública causados pela insuficiência dos serviços de saneamento no país. Até o final de 2033, espera-se que 99% da população tenha acesso à água potável e 90% tenham acesso à coleta e tratamento de esgoto. Também está prevista a redução das perdas e o combate ao desperdício de água. Para alcançar essas metas, o Ministério da Economia estima que sejam necessários entre R\$ 500 a 700 bilhões em investimentos até a data limite (Gadelha et al., 2021).

A busca por métodos que estabeleçam indicadores de eficiência no uso e disponibilidade de água é fundamental para uma gestão integrada e contínua dos recursos hídricos. É importante destacar a escassez de pesquisas nesse campo, especialmente em relação aos setores de abastecimento, o que limita a análise e o planejamento. Este trabalho se concentrou em desenvolver um procedimento para criar indicadores de limite de produção e eficiência nos setores de abastecimento de água, visando entender melhor a demanda de água de uma população e direcionar políticas e investimentos de forma mais eficaz. O estudo foi realizado na cidade de Bauru, estado de São Paulo, abordando diversas variáveis relacionadas à disponibilidade e produção de água, consumo, demografia e, a partir disso, desenvolvendo um modelo de avaliação de eficiência e capacidade de suporte para os setores de abastecimento.

## 2 METODOLOGIA

### 2.1 Análises estocásticas de fronteira

Uma das ferramentas existentes que permeiam a avaliação de eficiência e o conceito de capacidade de suporte são os chamados modelos de análises estocásticas de fronteiras de produção ou de custo (SFA, do inglês Stochastic Frontier Analysis). Há uma diversidade de pesquisas e estudos envolvendo essa ferramenta. Exemplos podem ser visualizados em Coelli et al. (1999) e Oum et al. (2008).

Nos modelos baseados em SFA, os resultados não dependem apenas das variáveis de entrada, pois componentes aleatórias estão inclusas nos cálculos. Ao considerar estes efeitos, os modelos SFA avaliam acontecimentos acidentais que interferem nos resultados e que não são previstos pelos modelos determinísticos. A definição teórica de uma função de produção expressando o valor máximo de saída (*output*) possível de determinados pacotes de entradas (*input*) com tecnologia fixa vinha sendo aceita por muitas décadas. E por quase o mesmo período, os estudiosos de econometria vinham estimando as funções de produção. Foi apenas desde o trabalho pioneiro de Farrel (1957) que sérias considerações foram feitas sobre a possibilidade de se estimar as chamadas funções de fronteira de produção, em um esforço para diminuir a distância entre teoria e trabalhos empíricos.

Os trabalhos de Aigner et al. (1977) e Meeusen e van den Broeck (1977) vieram para aperfeiçoar os problemas associados com as fronteiras de produção determinísticas e probabilísticas ao definir o modelo da fronteira de produção estocástica. Nessa especificação, a saída (*output*) de cada empresa é delimitada superiormente pela fronteira que é estocástica no sentido que sua localização é permitida variar randomicamente entre empresas. Do ponto de vista econômico essa técnica permite às empresas serem tecnicamente ineficientes relativamente à sua própria fronteira, ao contrário de alguma norma amostral. As variações entre fronteiras das empresas presumidamente capturam os efeitos de choques exógenos, favoráveis e desfavoráveis, além do controle das empresas. Erros de observação e medidas na saída constituem outra fonte de variação da fronteira (Schmidt e Lovell, 1979).

De maneira simplificada, o modelo SFA é aplicado utilizando-se a forma de Cobb-Douglas na base logarítmica (Meeusen e Van Den Broeck, 1977; Coelli et al., 1999), expresso na equação (1).

$$\log y_i = \beta_0 + \sum_{i=1}^N (\beta_n \cdot \log x_i) + v_i - u_i \quad (1)$$

Onde:

$y_i$  = variável de saída/fronteira de produção (*output*)

$x_i$  = variáveis de entrada (*input*)

$\beta_0$  e  $\beta_n$  = parâmetros estimados pelo modelo

$v_i$  = termo de erro randômico

$u_i$  = ineficiência técnica

## 2.2 Estudo de caso

Para o alcance dos objetivos propostos, foram conduzidas coleta e análise de dados por meio de estudo de caso em setores de abastecimento da cidade de Bauru, estado de São Paulo. A coleta de dados e pesquisa em campo se deu majoritariamente por observação, bem como coleta de documentos diversos, cadastros, dados de consumo e vazão, e demais peças

relevantes que foram disponibilizadas pela autarquia municipal responsável pelo abastecimento de água na cidade. Na etapa de análise das informações, estes dados coletados foram então analisados comparativamente entre si, tabelados e formatados de modo a se tornarem entradas (*input*) quando da modelagem proposta.

O estudo de caso foi aplicado em todos os setores de abastecimento existentes na cidade, caracterizando uma área de aproximadamente 104 km<sup>2</sup>. Está localizada aproximadamente entre as latitudes 22°15' S e 22°24' S e entre as longitudes 48°58' O e 49°08' O, com altitudes variando entre 490 e 600 metros, aproximadamente. Segundo o último Censo, o município apresenta área de 667.684 km<sup>2</sup> e 379.146 habitantes (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2022).

Em princípio, o estudo aborda apenas as áreas urbanizadas do município, atendidas com sistemas de abastecimento público de água, e excluindo-se, portanto, regiões com soluções próprias de abastecimento, loteamentos irregulares/clandestinos, ocupações precárias, entre outros. Em sua maioria, a área urbanizada efetivamente ocupada está inserida na bacia hidrográfica do Rio Bauru, com exceção de parte das regiões norte e sul da cidade, inseridas na bacia hidrográfica do córrego Água Parada e ribeirão do Campo Novo, respectivamente, bem como de pequenos trechos no extremo oeste da cidade que ocupam a bacia do Rio Batalha.

Quanto às águas subterrâneas e hidroestratigrafia do município, compreende o Sistema Aquífero Bauru (SAB), o Aquífero Serra Geral (ASG) e o Sistema Aquífero Guarani (SAG), tendo como limite basal dessa sequência, o Aquífero Passa Dois (APD). O Sistema Aquífero Bauru, de natureza granular, estende-se por todo o município, onde ocupa área de 667 km<sup>2</sup> e alcança espessuras máximas da ordem de 200 metros nas regiões topográficas mais elevadas.

Os setores de abastecimento, representados na Figura 1, ficam em sua maioria inseridos na bacia do rio Bauru, sendo a maior parte do abastecimento de água provido através de águas subterrâneas de diversos poços profundos do aquífero Guarani, com parte da região oeste da cidade sendo abastecida através de águas superficiais do rio Batalha. Posteriormente, essa produção é armazenada em unidades contendo reservatórios de variados tipos e volumes e então distribuídos à população através de aproximadamente 1.700 km de tubulações de variados materiais e diâmetros.

### 2.3 Ferramentas, dados utilizados e variáveis empregadas

Para realizar as operações matemáticas oriundas da modelagem SFA, foi utilizado o *software nLogit v.5* desenvolvido pela empresa *Econometric Software, Inc*, bem como o *software Frontier 4.1* desenvolvido pelo pesquisador Timothy Coelli. Foi utilizado também, o *software* de Sistema de Informação Geográfica (SIG) *QGIS 3* da *Free Software Foundation, Inc.*, de licença gratuita, onde foi possível manipular os dados e os resultados, bem como elaborar mapas temáticos.

Os dados relativos aos sistemas de abastecimento foram coletados junto ao Departamento de Água e Esgoto de Bauru (DAE), autarquia municipal responsável pelo abastecimento de água e coleta e tratamento de esgoto na cidade. Dados complementares, como o índice de perdas existente no sistema de distribuição do município, também puderam ser obtidos através do Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento (SNIS).





Diante dessas considerações, são apresentadas as possíveis variáveis a serem utilizadas na estimação do modelo SFA:

- Vazão média disponível ( $Q_i$ ): Variável dependente da quantidade produzida, calculada considerando as vazões nominais de produção, os eventos de importação e exportação entre os setores e as perdas existentes no sistema, em metros cúbicos por hora ( $m^3/h$ );
- Território ( $A_i$ ): Área territorial total atendida pelo setor de abastecimento, em quilômetros quadrados ( $km^2$ );
- Redes de abastecimento ( $L_i$ ): Extensão linear total de redes de diversos diâmetros existentes dentro do território de cada setor de abastecimento, responsável pelo transporte da vazão produzida entre unidades e pela distribuição ao consumidor final, em quilômetros (km);
- Economias ( $N_i$ ): Número total de unidades consumidoras existentes no setor de abastecimento, em unidades;
- Consumo energético ( $E_i$ ): Consumo energético utilizado em cada setor, considerando os consumos referentes aos poços profundos, bombas de captação de água bruta, *boosters* e bombeamentos diversos em unidades para realização do devido abastecimento, em quilowatt-hora (kWh);
- Consumo de produtos químicos ( $P_i$ ): Consumo de produtos químicos diversos (sulfato de alumínio, cal, cloro, ácido fluossilícico, poli fosfato, dióxido de cloro, ácido sulfúrico, hidróxido de sódio e hipoclorito de sódio) utilizados no tratamento de água produzida, tanto na estação de tratamento de água bruta como nas unidades de tratamento dos poços profundos, em quilogramas (kg);
- Densidade demográfica ( $D_i$ ): Relação entre o número de habitantes estimado para o setor pela área territorial total abrangida por ele, em habitantes por quilômetros quadrados ( $hab/km^2$ );
- Renda média ( $R_i$ ): Composição da renda média para cada setor de abastecimento, obtido através de dados do IBGE, em unidade monetária vigente (R\$).

Ainda, para a definição da vazão média de produção disponível ( $Q_i$ ), os procedimentos a seguir foram utilizados. Definições análogas foram utilizados para definição do consumo energético e consumo de produtos químicos quando necessário.

1. Foram definidas quais as unidades de reservação abastecidas por unidade de produção;
2. A produção captada e tratada na estação de tratamento de água, com o sistema em pleno funcionamento, atualmente é de em média  $1.980,00 m^3/h$  (apesar de possuir vazão de outorga de  $1.252,80 m^3/h$ ) do manancial superficial Rio Batalha. Esta produção abastece diretamente três diferentes unidades de reservação: UR00 – ETA, UR01 – Praça Portugal e UR05 – Alto Paraíso. Como estes diferentes reservatórios não possuem medidores de vazão em suas entradas de água, foi

considerada uma porcentagem da vazão total produzida como sendo encaminhada para cada um deles, através da análise do histórico existente. Esta porcentagem foi definida proporcionalmente ao número de economias existentes em cada um dos setores;

3. No caso das unidades de produção de poços que, através de manobras diárias, abasteçam duas unidades de reservação diferentes, foi considerado, devido à ausência de macro medidores instalados, que cada reservatório recebe metade da produção, visto que o histórico de realização destas manobras apresenta grande variação em função de demandas pontuais. Foram os casos da unidade de produção UP18 – Beija Flor, UP27 – Cruzeiro do Sul, UP32 – Nicéia, UP36 – Samambaia, UP49 – Cardia e da UP52 – Bauru XVI III;
4. As vazões de produção referentes aos poços profundos receberam uma minoração da ordem de 0,833 em relação às vazões nominais, visto que seus períodos máximos de bombeamento são limitados a 20 horas diárias (DAEE, 2018);
5. Eventos de importação e exportação de água entre diferentes reservatórios (através de bombeamento ou adução) foram considerados através da vazão nominal das bombas ou *boosters* existentes, bem como a vazão de adução das adutoras através da fórmula de Hazen-Williams. Para estes eventos, foram considerados o bombeamento entre a unidade UR23 – Gasparini com destino à UR12 – IX de Julho; o bombeamento entre a UR05 – Alto Paraíso e a UR15 – Vila Seca; o bombeamento entre a UR00 – ETA e a UR34 – Sabiás; a adução entre a UR00 – ETA e a UR01 – Praça Portugal; a adução entre a UR00 – ETA e a UR05 – Alto Paraíso; a adução entre a UR01 – Praça Portugal e a UR02 – Sede; a adução entre a UR05 – Alto Paraíso e a UR03 – Bela Vista; o bombeamento entre a UR19 – Redentor e a UR07 – Geisel; o bombeamento entre a UR08 – Jasmins e a UR06 – Ipê; e o bombeamento entre a UR37 – Zona Norte e a UR44 – LEB;
6. Por fim, foi aplicado o atual índice total de perdas na distribuição na cidade de Bauru-SP, de 46,50% do volume produzido, obtido através do indicador IN049 do SNIS (BRASIL, 2020).

Finalmente, para se estimar a densidade populacional do setor, definiu-se a relação entre a população total na época de tratamento dos dados, estimada em 381.706 pessoas (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2021) e o número total de economias igual a 182.520, também na mesma época, chegando ao valor de 2,09 habitantes/economia e, posteriormente, multiplicando este valor pelo número de economias cadastradas em cada setor.

#### 2.4 Desenvolvimento e calibração do modelo

O modelo a ser utilizado, se composto por todas as possíveis variáveis elencadas, segue a especificação original de Battese e Coelli (1995), com logaritmo natural. Os dados utilizados correspondem a apenas um período de observação (referência de junho de 2021), portanto pode-se considerar o modelo como um caso particular do modelo geral tendo-se o fator tempo



como unitário. Frente a utilização da forma de Cobb-Douglas na base logarítmica natural, as variáveis de interesse são representadas através de seu logaritmo natural na Tabela 1.

Na sequência, de modo a avaliar eventuais redundâncias nas variáveis elencadas, foi verificada a correlação linear entre as variáveis apresentadas, através do coeficiente de correlação de Pearson. Pode se observar uma correlação linear significativa, superior a 90%, entre as variáveis de consumo energético e redes de abastecimento, consumo energético e economias, redes de abastecimento e economias, e redes de abastecimento e território. Nota-se também a presença da variável redes de abastecimento em três dos quatro casos analisados. Sendo assim, é considerável sua correlação linear com outras variáveis presentes do modelo e, de modo a evitar possíveis vieses, ela foi excluída do modelo proposto.

Além disso, a variável de densidade demográfica é uma relação expressa entre as variáveis economias e território multiplicados por um fator que representa o número médio de habitantes por economia. Sendo assim, também de modo a evitar possíveis vieses, foi utilizada apenas a variável de densidade demográfica. Complementarmente, foi identificado também uma considerável correlação linear entre a vazão média disponível, consumo de energia elétrica e consumo de produtos químicos, sendo, portanto, todas estas variáveis significantes ao ponto de serem possíveis variáveis dependentes do modelo a ser construído. De maneira prática, estas variáveis compõem a oferta produtiva de um setor de abastecimento (variáveis dependentes), enquanto que as variáveis de densidade demográfica e renda média compõem a demanda de um setor (variáveis independentes). Sendo assim, foram elaborados modelos com combinações diversas entre as variáveis elencadas, buscando a combinação que melhor descreverá o fenômeno a ser representado.

Tabela 1 – Possíveis variáveis do modelo representadas pelo seu logaritmo natural.

ID	Setor	ln(Q <sub>i</sub> )	ln(P <sub>i</sub> )	ln(E <sub>i</sub> )	ln(L <sub>i</sub> )	ln(N <sub>i</sub> )	ln(A <sub>i</sub> )	ln(R <sub>i</sub> )	ln(D <sub>i</sub> )
1	ETA	5,50	11,14	12,28	5,07	9,78	2,11	7,61	8,40
2	Praça Portugal	5,51	10,49	12,69	4,34	9,47	1,13	8,43	9,08
3	Sede	5,54	11,19	12,14	3,79	9,04	0,88	7,58	8,90
4	Bela Vista	5,43	10,69	12,30	4,20	9,09	1,02	7,38	8,81
5	Parque Paulistano	4,22	6,96	11,70	3,68	8,44	0,72	7,59	8,45
6	Alto Paraíso	4,76	10,62	12,14	4,40	9,30	1,31	7,68	8,72
7	Ipê	4,90	7,77	11,77	3,70	8,71	1,00	7,32	8,45
8	Geisel	5,32	8,33	12,40	4,27	9,04	1,08	7,30	8,70
9	Jasmins	4,32	7,11	11,22	3,41	8,21	0,41	7,35	8,54
10	Jardim América	4,35	7,04	11,54	3,41	8,01	0,28	8,76	8,47
11	IX de Julho	5,31	8,22	12,83	4,91	9,67	1,82	7,13	8,59
12	Vila Seca	5,22	10,19	12,31	4,54	9,13	1,38	7,14	8,49
13	Octávio Rasi	4,58	6,09	10,46	2,97	7,78	-0,24	7,30	8,76
14	Redentor	4,35	7,34	12,24	4,32	8,94	1,58	7,25	8,10
15	Tibiriçá	2,36	5,36	8,50	1,94	6,02	-1,09	7,30	7,85
16	Gasparini	4,26	6,95	11,78	3,73	8,29	0,48	7,11	8,55
17	Mary Dota	4,95	8,19	12,28	4,65	9,35	1,62	7,24	8,46
18	Shopping	4,88	6,67	12,01	4,26	9,53	1,07	8,37	9,20

19	Nova Esperança	4,88	8,16	12,20	3,97	8,80	0,88	7,16	8,66
20	Sabiás	4,54	10,19	9,90	2,72	7,45	-0,35	7,30	8,53
21	Santos Dummont	4,59	7,46	12,24	4,69	8,79	2,14	9,04	7,39
22	Manchester	4,23	7,23	11,48	3,84	7,86	1,54	7,04	7,06
23	Zona Norte	5,13	8,21	12,83	4,04	8,73	0,96	7,09	8,51
24	Villagio	3,12	5,70	9,91	2,40	6,13	-0,69	9,58	7,56
25	Chácaras Bauruenses	2,09	3,91	8,28	1,50	3,26	-0,37	8,52	4,37
26	Lago Sul	3,04	5,83	9,74	2,88	6,19	0,04	9,58	6,88
27	Cardia	3,81	6,70	11,17	3,06	8,09	-0,06	7,86	8,89
28	Imperial	3,97	5,95	11,00	3,40	6,90	0,45	9,36	7,19
29	Alphaville	3,23	3,18	8,24	2,51	4,06	-0,74	9,58	5,54
30	LEB	3,57	6,65	9,44	3,39	8,36	1,20	6,95	7,89
31	Estoril Premium	3,87	2,56	8,18	1,79	3,30	-1,43	9,26	5,46

Fonte: Elaboração própria.

### 3 RESULTADOS

De modo a avaliar os modelos propostos, foram comparados seus respectivos valores do Critério de Informação de Akaike (AIC), que avalia a qualidade do ajuste do modelo paramétrico, estimado pelo método da máxima verossimilhança (Moura, 2021). Os modelos foram estimados no *software nLogit* e os resultados referentes à significância das variáveis e os valores de AIC estão reproduzidos na Tabela 2.

Avaliando os valores de AIC calculados para os diferentes modelos, observa-se que aquele com o menor valor foi o referente à ID (2), representado abaixo pela equação (2), composto pela variável dependente vazão média de produção ( $Q_i$ ) e pela variável independente densidade demográfica ( $D_i$  – com significância ao nível de 1%), além da constante, sendo este então o modelo escolhido para descrever o fenômeno em questão.

$$\ln Q_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln D_i + v_i - u_i \quad (2)$$

Onde:

$Q_i$  = variável de Saída/Fronteira de produção (*output*);

$D_i$  = variável de Entrada (*input*);

$\beta_0 e \beta_1$  = parâmetros estimados pelo modelo;

$v_i$  = termo de erro randômico;

$u_i$  = ineficiência técnica.

Tabela 2 – Análise do AIC para os modelos propostos.

ID	AIC	Variável dependente	Variáveis independentes		
			Constante	Densidade	Renda
1	43,90	Vazão	---	0,52700***	0,10749
2	43,80		1,32467	0,46669***	---
3	45,80		1,22200	0,47137***	0,00833
4	80,60	Energia elétrica	---	1,18772***	0,42727*
5	77,00		5,18584***	0,87762***	---
6	78,90		5,84132	0,86263***	-0,07650
7	97,70	Produtos químicos	---	1,21642***	-0,26229
8	---		---	---	---
9	---		---	---	---

Legenda: \*\*\*, \*\* e \* - Significância ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

Fonte: Elaboração própria.

Destaca-se que para o desenvolvimento do modelo ante os 31 setores analisados, foi considerada uma proporção de 80% deles destinados à calibração (25 setores), e os outros 20% destinados à verificação e validação do modelo (6 setores). Além disso, no modelo proposto, foram realizadas duas estimativas, uma sob a pressuposição de que o termo do erro que capta a ineficiência tem distribuição normal truncada e outro, sob a pressuposição de que a distribuição seria meio normal. Os resultados do modelo indicaram que a pressuposição meio-normal não é adequada, desta forma a análise será restrita à estimativa de distribuição normal truncada para o termo de erro. Os coeficientes retornados estão sumarizados na Tabela 3.

Tabela 3 – Coeficientes calculados para o modelo adotado.

Variáveis e parâmetros		Coefficiente	Erro padrão	z	Prob.  z  > z	Intervalo confiança 95%	
Constante	$\beta_0$	1,32467	0,81099	1,63	0,1024	-0,26484	2,91418
Dens. demogr.	$\beta_1$	0,46669	0,09276	5,03	0,000	-0,28488	0,64850
$\lambda$		57723,4	0,1349e <sup>9</sup>	0,00	0,9997	---	264371522,1
$\sigma$		1,30515	0,85881	1,52	0,1286	-0,37809	2,98839

Fonte: Elaboração própria.

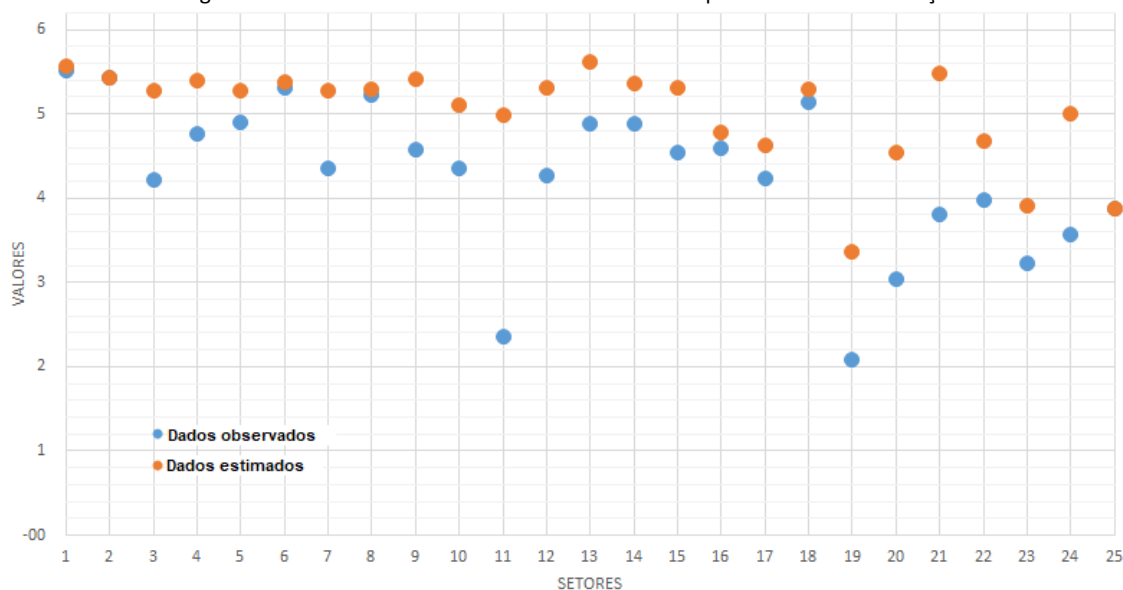
Os resultados mostram um bom ajuste da função de produção Cobb-Douglas, visto que o principal parâmetro estimado da densidade demográfica é significativo ao nível de 1%. Os resultados encontrados são coerentes tanto no que se refere aos sinais esperados quanto à importância de cada parâmetro na construção do modelo. A comparação entre os dados observados e os valores calculados pelo modelo, tanto para os setores de calibração quanto para os de verificação, estão representados nas Tabelas 4 e 5, bem como nas Figura 2 e 3.

Tabela 4 – Comparação dos dados observados e calculados pelo modelo na calibração.

Setor	Dados observados	Modelo		
		Calculado	Diferença	%
1	5,5128	5,5622	-0,0494	-0,90
2	5,4341	5,4362	-0,0021	-0,04
3	4,2173	5,2682	-1,0509	-24,92
4	4,7596	5,3942	-0,6346	-13,33
5	4,8966	5,2682	-0,3716	-7,59
6	5,3166	5,3849	-0,0683	-1,28
7	4,3522	5,2775	-0,9253	-21,26
8	5,2227	5,2869	-0,0642	-1,23
9	4,5808	5,4129	-0,8321	-18,16
10	4,3523	5,1049	-0,7526	-17,29
11	2,3552	4,9882	-2,6330	-111,79
12	4,2625	5,3149	-1,0524	-24,69
13	4,8783	5,6182	-0,7399	-15,17
14	4,8750	5,3662	-0,4912	-10,08
15	4,5389	5,3055	-0,7666	-16,89
16	4,5910	4,7735	-0,1825	-3,98
17	4,2262	4,6195	-0,3933	-9,31
18	5,1324	5,2962	-0,1638	-3,19
19	2,0869	3,3641	-1,2772	-61,20
20	3,0445	4,5355	-1,4910	-48,97
21	3,8118	5,4735	-1,6617	-43,59
22	3,9701	4,6802	-0,7101	-17,89
23	3,2253	3,9101	-0,6848	-21,23
24	3,5737	5,0069	-1,4332	-40,10
25	3,8722	3,8728	-0,0006	-0,02

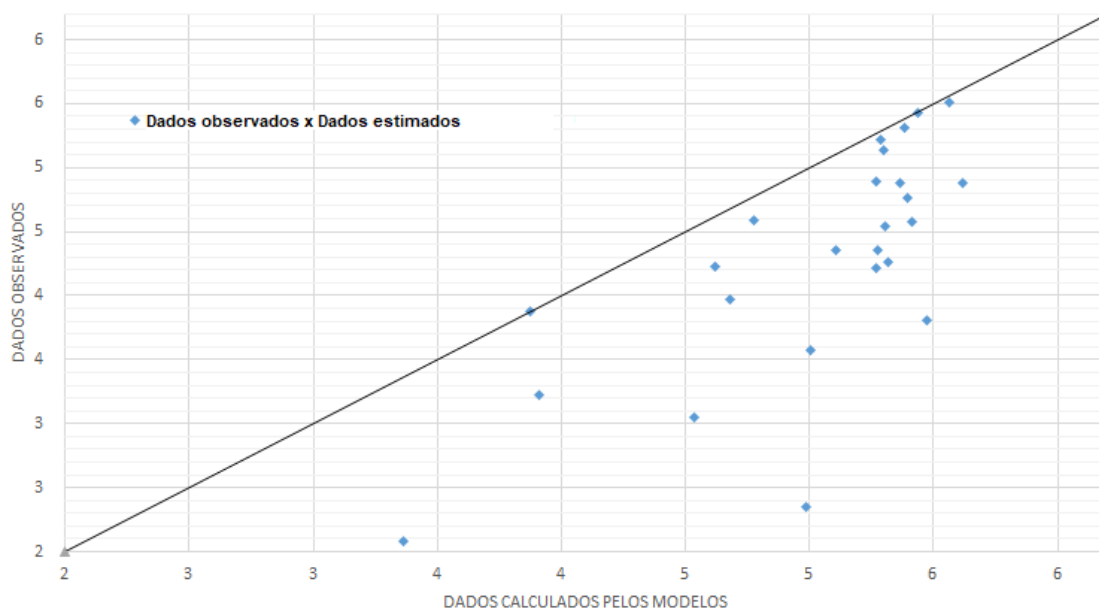
Fonte: Elaboração própria.

Figura 2 – Valores dos dados observados e calculados pelo modelo na calibração.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 3 – Comparação dos dados observados e calculados pelo modelo na calibração.



Fonte: Elaboração própria.

Tabela 5 – Comparação dos dados observados e calculados pelo modelo na validação.

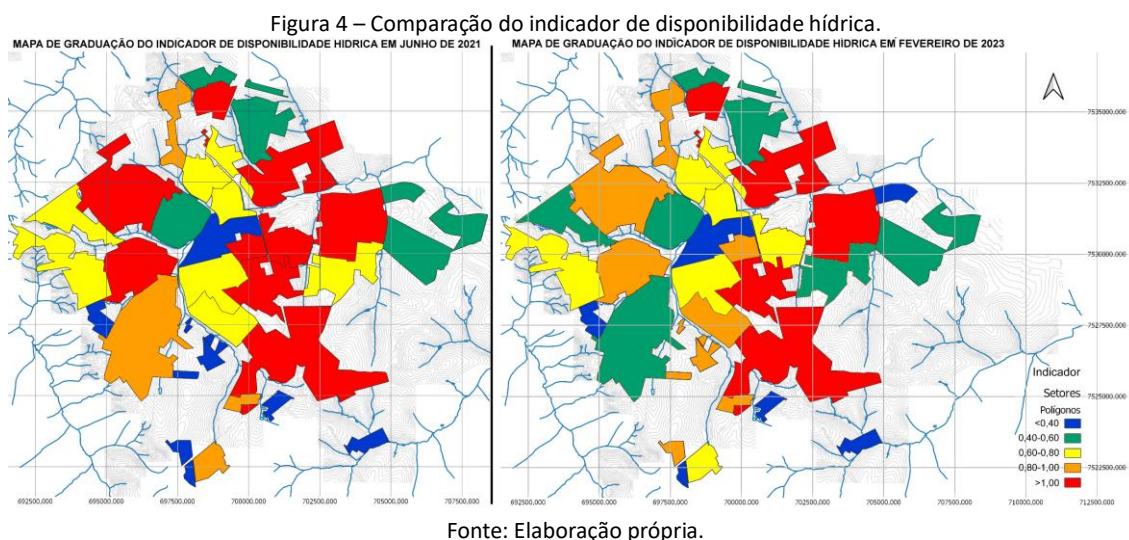
Setor	Dados observados	Modelo		
		Calculado	Diferença	%
1	5,5010	5,2449	0,2561	4,66
2	5,5435	5,4782	0,0653	1,18
3	4,3239	5,3102	-0,9863	-22,81
4	5,3112	5,3335	-0,0223	-0,42
5	4,9539	5,2729	-0,3190	-6,44

Fonte: Elaboração própria.

Estes dados corroboram que o modelo apresenta adequação suficiente para representar o fenômeno, visto que em sua maioria os dados calculados se aproximam consideravelmente aos valores observados, tanto nos setores de calibração e construção do modelo como nos setores de verificação.

Complementarmente às análises da fronteira de produção, um dos objetivos específicos do trabalho consistiu em desenvolver um banco de dados com os resultados do cálculo da disponibilidade hídrica dos setores de abastecimento existentes no município de Bauru, através dos dados compilados e desenvolvidos ao longo do estudo de caso. De modo a compor esta análise, foram considerados os dados já desenvolvidos e estimados de vazão média de produção e de consumo médio por setor, ambos transformados em metros cúbicos por hora. Com isso, pode-se construir, através da relação entre consumo e produção, um indicador adimensional que indica a disponibilidade hídrica para cada um dos 31 setores, conforme Figura 4, de acordo com as referências de junho de 2021 e fevereiro de 2023, que refletem os resultados das intervenções e obras realizadas pela autarquia responsável pelo abastecimento de água em prover melhorias para o sistema.





As alterações observadas nos indicadores calculados demonstram um avanço na disponibilidade hídrica em alguns setores contemplados com as obras citadas. Estas alterações se refletem diretamente na região abastecida pelo Rio Batalha, que apresenta elevada sazonalidade na disponibilidade de abastecimento e traz dificuldades operacionais consideráveis no período de estiagem. Desta maneira, atualmente já há situações em que é captado do Rio Batalha a vazão de 1.368,00 m<sup>3</sup>/h, valor consideravelmente inferior ao considerado inicialmente de 1.980,00 m<sup>3</sup>/h (de acordo com a referência de junho de 2021) e já próximo da vazão de outorga de 1.252,80 m<sup>3</sup>/h, proporcionando assim uma exploração menos predatória do manancial e com maior capacidade de suportar ao período de estiagem sem interrupções de abastecimento à população.

#### 4 CONCLUSÃO

Os resultados deste estudo alcançaram os objetivos estabelecidos: estimar uma função de produção de fronteira estocástica para setores de abastecimento de água e desenvolver um banco de dados com os resultados do cálculo da disponibilidade hídrica dos setores de abastecimento existentes no município de Bauru. Além disso, proporcionou um método para análise da capacidade de suporte de abastecimento de água, empregando-se setores de abastecimento.

A função de produção de fronteira estocástica, que considerou a vazão média de produção de um setor como variável dependente e a densidade demográfica como variável independente, apresentou resultados estatisticamente significativos tanto nos setores usados para calibrar o modelo quanto nos setores usados para verificação. Por outro lado, ao longo do estudo de caso em Bauru, foram identificadas algumas limitações nos dados utilizados, que poderão ser revistas no futuro para aprimorar o modelo desenvolvido. Incertezas relacionadas aos valores exatos de produção de água, eventos de importação e exportação entre setores, perdas de água específicas de cada unidade e a delimitação física e geográfica dos setores são aspectos a serem considerados para melhorias futuras no modelo.

A replicação e ampliação do procedimento de estudo de caso considerando, por exemplo, dados de outras cidades com tais variáveis mensuradas de maneira mais precisa são possibilidades futuras de continuidade e melhoria na temática deste trabalho. Entretanto, é importante destacar que o que pode ser replicado é o procedimento de modelagem e não necessariamente o modelo desenvolvido neste estudo. Isso ocorre devido ao empirismo e aos tipos de dados disponíveis. Portanto, qualquer ampliação dos estudos por meio da replicação do procedimento deve incluir uma verificação cuidadosa do recorte temporal e dos dados considerados, garantindo que o procedimento e os novos modelos desenvolvidos sejam estatisticamente representativos para os novos casos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AIGNER, D.; LOVELL, C. A. K.; SCHMIDT, P. Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of Econometrics*, v. 6, p. 21-37, 1977. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(77\)90052-5](https://doi.org/10.1016/0304-4076(77)90052-5)
- ALCOTT, E., ASHTON, M., GENTRY, B. **Natural and Engineered Solutions for Drinking Water Supplies: Lessons from the Northeastern United States and Directions for Global Watershed Management**. Boca Raton, FL: CRC Press, 2013.
- AZEVEDO NETTO, J. M.; FERNANDEZ, M. F.; ARAUJO, R.; ITO, A. E.; **Manual de Hidráulica**. São Paulo: Edgard Blücher, 1998 8ª ed. 669p.
- BARTLETT, S. Water, sanitation and urban children: the need to go beyond “improved” provision. *Environment and Urbanization*, v. 15, n. 2, p. 57-70, 2003. <https://doi.org/10.1177/095624780301500220>
- BATTESE, G. E.; COELLI, T. J. A model for technical inefficiency effects in a stochastic frontier production function for panel data. *Empirical Economics*, v. 20, p. 325-332, 1995. <https://doi.org/10.1007/BF01205442>
- BHATIA, R., FALKENMARK, M. **Water Resource Policies and the Urban Poor: Innovative Approaches and Policy Imperatives, Water and Sanitation Currents**. Washington, D.C.: World Bank, 1993.
- BRADLEY, R. M., WEEERATNE, S., MEDIWAKE, T. M. M. Water use projections in developing countries. *American Water Works Association*, v. 94, p. 52-63. 2002. <https://doi.org/10.1002/j.1551-8833.2002.tb09525.x>
- BRASIL. Agência Nacional de Águas. **Atlas Brasil: abastecimento urbano de água: panorama nacional**. Brasília: ANA/Engecorps/COBRAPE, 2020.
- BROWN, R. R., KEATH, N., WONG, T. H. F. Urban water management in cities: historical, current and future regimes. *Water Science & Technology*, v. 59, n. 5, p. 847-855, 2009. <https://doi.org/10.2166/wst.2009.029>
- COELLI, T.; PERELMAN, S.; ROMANO, E. Accounting for Environmental Influences in Stochastic Frontier Models: With Application to International Airlines. *Journal of Productivity Analysis*, v. 11, p. 251-273, 1999. <https://doi.org/10.1023/A:1007794121363>
- DAEE. Departamento de Águas e Energia Elétrica. **Instrução Técnica DPO n° 10 de 30/05/2017 – Atualizada em 02/04/2018**. São Paulo, 2018.
- FALKENMARK, M., LINDH, G. How can we cope with the water resources situation by the year 2015? *Ambio* v. 3, n. 3/4, p. 114-122, 1974. <http://www.jstor.org/stable/4312063>
- FARREL, M. J. The measurement of productive efficiency, *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, v. 120, n. 3, p. 253-281, 1957. <https://doi.org/10.2307/2343100>

GADELHA, H. S.; MARQUES, A. T.; BEZERRA NETO, F. das C.; LIMA, M. F. de A.; ALMEIDA, R. S. de; MARCOLINO NETO, J.; SOARES, J. de F.; NÓBREGA, J. C. da S.; OLIVEIRA, J. D. S.; MARACAJÁ, P. B. The new regulatory framework for basic sanitation and the right to access to water. **Research, Society and Development**, [S. l.], v. 10, n. 11, p. e569101118843, 2021. <https://doi.org/10.33448/rsd-v10i11.18843>

HIESSL, H.; WALZ, R.; TOUSSAINT, D. Design and Sustainability Assessment of Scenarios of Urban Water Infrastructure Systems. **5<sup>th</sup> International Conference on Technology Policy and Innovation**, Utrecht: Lemma, 2001.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Censo Brasileiro 2010**. Rio de Janeiro. IBGE, 2021.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **IBGE Cidades**, 2022. Disponível em: <<http://www.cidades.ibge.gov.br>>. Acesso em 11 de abril de 2024.

INSTITUTO TRATA BRASIL. **Perdas de água 2020 (SNIS 2018): Desafios para disponibilidade hídrica e avanço da eficiência do saneamento básico**. São Paulo, 2020.

LOUREIRO, A. L. **Gestão dos serviços de abastecimento de água e esgotamento sanitário no estado da Bahia: análise de diferentes modelos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Ambiental Urbana) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2009.

MCDONALD, R. I.; DOUGLAS, I.; REVENGA, C.; HALE, R.; GRIMM, N. B.; GRONWALL, J.; FEKETE, B. M. Global Urban Growth and the Geography of Water Availability, Quality, and Delivery. **Ambio**, v. 40, p. 437–446. 2011. <https://doi.org/10.1007/s13280-011-0152-6>

MCDONALD, R. I.; WEBER, K.; PADOWSKI, J.; FLÖRKE, M.; SCHNEIDER, C.; GREEN, P. A.; GLEESON, T.; ECKMAN, S.; LEHNER, B.; BALK, D.; BOUCHER, T.; GRILL, G.; MONTGOMERY, M. Water on a urban planet: Urbanization and the reach of urban water infrastructure. **Global Environmental Change**, v. 27, p. 96-105. 2014. <https://doi.org/10.1016/j.gloenvcha.2014.04.022>

MOURA, A. R. **Crítérios de seleção de modelos: um estudo comparativo**. 2021. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional) – Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa, 2021.

MEEUSEN, W.; VAN DEN BROECK, J. Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. **International Economic Review**, v. 18, n. 2, p. 435-444, 1977. <https://doi.org/10.2307/2525757>

OUM, T. H.; YAN, J.; YU, C. Ownership forms matter for airport efficiency: A stochastic frontier investigation of worldwide airports. **Journal of Urban Economics**, v. 64, n.2, p. 422-435, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.jue.2008.03.001>

POSTEL, S. L., DAILY, G. C., EHRLICH, P. R. Human appropriation of renewable fresh water. **Science**, v. 271, n. 5250, p. 785–788. 1996. <https://www.jstor.org/stable/2889886>

SCHMIDT, P.; LOVELL, C. A. K. Estimating technical and allocative inefficiency relative to stochastic production and cost frontiers. **Journal of Econometrics**, v. 9, n. 3, p. 343-366, 1979. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(79\)90078-2](https://doi.org/10.1016/0304-4076(79)90078-2)